Studies on Integer Programming(Abstract_要旨)

Narihisa, Hiroyuki

【109】

氏名	成久洋之（なりひさ ひろゆき）
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第203号
学位授与の日付	昭和45年5月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	工学研究科数理工学専攻
学位論文題目	**Studies on Integer Programming** （整数計画法に関する研究）
論文調査委員	（主査）教授 三根 久　教授 萩原 宏　教授 池田峰夫

論文内容の要旨

数理計画法が適用される各種の問題の中で，取り扱われる量が整数値に限られる場合が数多く存在し，最適解を得るための効率の良い整数計画のアルゴリズムが要求されている。本論文はこの種の整数計画問題の解法に関する研究結果をまとめたもので，7章からなっている。

第1章は緒論であって，本研究の目的，整数計画法に関する研究の歴史的背景および現状について述べている。

第2章は整数計画法に関する群論的手法について論じている。すなわち，与えられた問題を，整数条件を無視して通常の線形計画問題として解き，その解をまるめて整数解を得る過程において，条件式の係数の小数部分だけに着目すると，新しい条件式が得られるが，それが加群構造をもつことを利用し，動的計画法を適用して最適解を求める手法を検討している。とくに，反復計算回数を減じるため，ゴモリの方法を改良して，より効率的なアルゴリズムを提案している。

第3章では，これまで整数計画法としてもっとも一般的なものとされているゴモリの切除平面法の修正発展を試みている。すなわち，切除量に対して下限を求め，その値だけ切除平面を平行移動させることにより切除平面法のアルゴリズムの効率をたかめ得ることを明らかにし，さらに，グローバの方法との関連も述べている。

第4章では，（0—1）変数整数計画法として 著名な加法的アルゴリズムの重み配分構造を持つ 問題への適用について論じている。この種の問題では，一般に実行可能領域が凸の性質をもたないため，従来の分解原理がそのままでは適用できないが，（0—1）変数計画問題に分解原理の基本的考え方を適用し，重み配分構造をもつ問題に対する加法的アルゴリズムの拡張を行なっている。

第5章では（0—1）変数整数計画問題の解法として，ブール代数を用いたブール計画法を提案している。一般に整数線形計画問題における制限条件式はブール条件式に変換可能であり，さらに線形の目標関数は変数変換によって，単調増加関数に変換できることを指摘している。このように変換すれば，ブール

代数が適用でき，ブール条件式の簡略化により不必要な実行可能解が除去されることを明らかにしている。また展開論理項が目標関数の値をより小さくするような最適解の候補を含むことに着目して，効率的に最適解を求める方法としてブール代数によるアルゴリズムを与えている。

第６章では，前章と同様に，（０—１）変数整数計画問題に対するブール代数的アルゴリズムについて述べているが，とくに与えられた問題の目標関数が非線形である場合を取り扱かっている。この場合，非線形であるため，目標関数を必ずしも単調増加関数に変換できない。そこで，ブール条件式のある展開論理項に対応する実行可能解の中で，目標関数の値が最小となるものを求めるアルゴリズムを付加することを提案し，それにより，線形ブール計画法を非線形ブール計画法にまで拡張できることを示している。

第７章は結論であって，第２章から第６章までに提案した諸アルゴリズムについて，それらの特徴を要約している。

論文審査の結果の要旨

工学の各分野において，取り扱われる量が整数値に限られるような整数条件付最適化問題が数多く現われるが，この種の問題の最適解を求める解法として効率のよいアルゴリズムが強く望まれている。本論文は，このような整数計画法に対するいくつかのアルゴリズムの改良と，さらに新しい手法としてブール計画法の開発を提案したものであり，その成果はつぎの通りである。

まず，整数線形計画問題に対する群論的解法の改良を行なっている。この種の手法としては，ゴモリのまるめ法がある。それによると，与えられた問題の整数条件を無視し，通常の線形計画法を適用して得られる解について，非基底変数の値を非零とすることにより，基底変数の値が整数となるように調整する。この調整には，非基底変数の係数および定数項の小数部分にだけ着目した条件式を作り，動的計画法を利用する方法を用いている。本論文では，この調整過程において，第１に繰り返し計算の範囲の上限を押えることと，第２に，毎回の繰り返し計算の段階で，前段階までに行なった目標関数の計算値との一致点を求めることの２点に改良を加え，ゴモリの方法と比較してかなり効率のよいアルゴリズムを与えている。

ついで，新しい切除平面法を提案している。まずゴモリの切除平面法に対して，切除量の下限を与える非負整数を求めることにより，切除過程の効率化に成功している。また，この種の下限を考慮しているグローバの一般化切除との比較検討を行ない，グローバ切除は変数のおのおのについて下限を求めているため，アルゴリズムが複雑となっていることを指摘し，本論文の切除法の方がより効率的であることを明らかにしている。

さらに，重み配分構造をもつ問題に対して（０—１）変数計画アルゴリズムを提案している。これは（０—１）変数線形計画問題の解法として知られているバラスの加法的アルゴリズムをこの種の問題に拡張したものである。本来，（０—１）変数線形計画問題は，変数の数が大きいものであって，実際問題においては重み配分構造をもつことが極めて多い傾向があり，分解原理を適用することが望ましい。しかし，在来から知られているダンチッヒ・ウォルフらの分解原理はそのままの形では（０—１）変数計画問題には適用できない。そこで，本論文は分解原理の基本的考え方を活かして，バラスの加法的アルゴリズムを修正し，より効率的な解法を得ている。

つぎに，（０—１）変数計画問題に対してブール代数を用いた解法を開発している。本来変数の値が０と１だけに限られている場合，制限条件はブール条件式として定式化できるため，ブール代数を適用することが可能である。本論文では，とくに目標関数が線形である場合にはつねに目標関数が単調増加関数となるように変形できることを指摘している。また，このように変形した場合ブール条件式の展開論理項が実行可能解に対応すること，およびブール代数による条件式の簡略化により最適解を含む領域が縮小させられることを明らかにしている。さらに，従来のブール代数の簡略化以上に展開論理項を減少させ，しかも最適解を含むことを保証する最簡略化定理を導いている。ついで，目標関数値の上限を与えるブール条件式を導入することによって，もとのブール条件式の展開論理項を減少させ最終的に最適解が求められることを示している。

ついで，（０—１）整数非線形計画問題についても，ブール代数による解法を提案している。この問題では目標関数は非線形であるが，（０—１）変数の場合，２次以上の累乗の項は存在せず，目標関数は各変数については線形とみなされるため，上述の簡略化が実行できることを明らかにしている。この場合には目標関数を単調増加関数に変形できないため，目標関数の上限値を求めて新しい制限条件式を付加することにより，実行可能解に対応する展開論理項を減少させる方法を与え，上述のブール計画法が拡張できることを示している。

以上，要するに，本論文は整数計画法に関してより効率的なアルゴリズムを開発することにより，整数計画法の実用化を図ったものであり，実際上，学術上寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。